

गणित

(अध्याय - 14) (गुणनखंडन)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 14.1

प्रश्न 1:

दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड ज्ञात कीजिए:

(i) $12x, 36$

(iii) $14pq, 28p^2q^2$

(v) $6abc, 24ab^2, 12a^2b$

(vii) $10pq, 20qr, 30rp$

(ii) $2y, 22xy$

(iv) $2x, 3x^2, 4$

(vi) $16x^3, -4x^2, 32x$

(viii) $3x^2y^3, 10x^3y^2, 6x^2y^2z$

उत्तर 1:

(i) $12x = 2 \times 2 \times 3 \times x$
 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

अतः, दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड 2, 2 और $3 = 2 \times 2 \times 3 = 12$ हैं।

(ii) $2y = 2 \times y$
 $22xy = 2 \times 11 \times x \times y$

अतः, दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड 2 और $y = 2 \times y = 2y$ हैं।

(iii) $14pq = 2 \times 7 \times p \times q$
 $28p^2q^2 = 2 \times 2 \times 7 \times p \times p \times q \times q$

अतः, दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड $2 \times 7 \times p \times q = 14pq$ हैं।

(iv) $2x = 2 \times x \times 1$
 $3x^2 = 3 \times x \times x \times 1$
 $4 = 2 \times 2 \times 1$

अतः, दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड 1 है।

(v) $6abc = 2 \times 3 \times a \times b \times c$
 $24ab^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times b \times b$
 $12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b$

अतः, दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड $2 \times 3 \times a \times b = 6ab$ हैं।

(vi) $16x^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x$
 $-4x^2 = (-1) \times 2 \times 2 \times x \times x$
 $32x = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x$

अतः, दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड $2 \times 2 \times x = 4x$ हैं।

(vii) $10pq = 2 \times 5 \times p \times q$
 $20qr = 2 \times 2 \times 5 \times q \times r$
 $30rp = 2 \times 3 \times 5 \times r \times p$

अतः, दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड $2 \times 5 = 10$ हैं।

(viii) $3x^2y^3 = 3 \times x \times x \times y \times y \times y$
 $10x^3y^2 = 2 \times 5 \times x \times x \times x \times y \times y$
 $6x^2y^2z = 2 \times 3 \times x \times x \times y \times y \times z$

अतः, दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड $x \times x \times y \times y = x^2y^2$ हैं।

प्रश्न 2:

निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए:

(i) $7x - 42$

(iii) $7a^2 + 14a$

(v) $20l^2m + 30alm$

(vii) $10a^2 - 15b^2 + 20c^2$

(ix) $x^2yz + xy^2z + xyz^2$

(ii) $6p - 12q$

(iv) $-16z + 20z^3$

(vi) $5x^2y - 15xy^2$

(viii) $-4a^2 + 4ab - 4ca$

(x) $ax^2y + bxy^2 + cxyz$

उत्तर 2:

(i) $7x - 42 = 7 \times x - 2 \times 3 \times 7$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= 7(x - 2 \times 3) = 7(x - 6)$

(ii) $6p - 12q = 2 \times 3 \times p - 2 \times 2 \times 3 \times q$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= 2 \times 3(p - 2q) = 6(p - 2q)$

(iii) $7a^2 + 14a = 7 \times a \times a + 2 \times 7 \times a$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= 7 \times a(a + 2) = 7a(a + 2)$

(iv) $-16z + 20z^3 = (-1) \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times z + 2 \times 2 \times 5 \times z \times z \times z$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= 2 \times 2 \times z(-2 \times 2 + 5 \times z \times z) = 4z(-4 + 5z^2)$

(v) $20l^2m + 30alm = 2 \times 2 \times 5 \times l \times l \times m + 2 \times 3 \times 5 \times a \times l \times m$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= 2 \times 5 \times l \times m(2 \times l + 3 \times a) = 10lm(2l + 3a)$

(vi) $5x^2y - 15xy^2 = 5 \times x \times x \times y + 3 \times 5 \times x \times y \times y$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= 5 \times x \times y(x - 3y) = 5xy(x - 3y)$

(vii) $10a^2 - 15b^2 + 20c^2 = 2 \times 5 \times a \times a - 3 \times 5 \times b \times b + 2 \times 2 \times 5 \times c \times c$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= 5(2 \times a \times a - 3 \times b \times b + 2 \times 2 \times c \times c) = 5(2a^2 - 3b^2 + 4c^2)$

(viii) $-4a^2 + 4ab - 4ca = (-1) \times 2 \times 2 \times a \times a + 2 \times 2 \times a \times b - 2 \times 2 \times c \times a$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= 2 \times 2 \times a(-a + b - c) = 4a(-a + b + c)$

(ix) $x^2yz + xy^2z + xyz^2 = x \times x \times y \times z + x \times y \times y \times z + x \times y \times z \times z$

प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,
 $= x \times y \times z(x + y + z)$
 $= xyz(x + y + z)$

$$\begin{aligned}
 (x) \quad ax^2y + bxy^2 + cxyz &= a \times x \times x \times y + b \times x \times y \times y + c \times x \times y \times z \\
 \text{प्रत्येक पद से सार्व (उभयनिष्ठ) गुणनखंड को बाहर निकालने पर,} \\
 &= x \times y (a \times x + b \times y + c \times z) \\
 &= xy(ax + by + cz)
 \end{aligned}$$

प्रश्न 3:

गुणनखंड कीजिए:

$$(i) \quad x^2 + xy + 8x + 8y$$

$$(iii) \quad ax + bx - ay - by$$

$$(v) \quad z - 7 + 7xy - xyz$$

$$(ii) \quad 15xy - 6x + 5y - 2$$

$$(iv) \quad 15pq + 15 + 9q + 25p$$

उत्तर 3:

$$\begin{aligned}
 (i) \quad x^2 + xy + 8x + 8y &= x(x + y) + 8(x + y) \\
 &= (x + y)(x + 8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (ii) \quad 15xy - 6x + 5y - 2 &= 3x(5y - 2) + 1(5y - 2) \\
 &= (5y - 2)(3x + 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (iii) \quad ax + bx - ay - by &= (ax + bx) - (ay + by) \\
 &= x(a + b) - y(a + b) \\
 &= (a + b)(x - y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (iv) \quad 15pq + 15 + 9q + 25p &= 15pq + 25p + 9q + 15 \\
 &= 5p(3q + 5) + 3(3q + 5) \\
 &= (3q + 5)(5p + 3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (v) \quad z - 7 + 7xy - xyz &= 7xy - 7 - xyz + z \\
 &= 7(xy - 1) - z(xy - 1) \\
 &= (xy - 1)(7 - z) = (-1)(1 - xy)(-1)(z - 7) \\
 &= (1 - xy)(z - 7)
 \end{aligned}$$

गणित

(अध्याय - 14) (गुणनखंडन)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 14.2

प्रश्न 1:

निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए:

(i) $a^2 + 8a + 16$

(ii) $p^2 - 10p + 25$

(iii) $25m^2 + 30m + 9$

(iv) $49y^2 + 84yz + 36z^2$

(v) $4x^2 - 8x + 4$

(vi) $121b^2 - 88bc + 16c^2$

(vii) $(l+m)^2 - 4lm$ [संकेत: पहले $(l+m)^2$ को प्रसारित कीजिए।]

(viii) $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

उत्तर 1:

(i) $a^2 + 8a + 16 = a^2 + (4+4)a + 4 \times 4$

सर्वसमिका $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ के प्रयोग से,

यहाँ $x = a, a = 4$ and $b = 4$

$$a^2 + 8a + 16 = (a+4)(a+4) = (a+4)^2$$

(ii) $p^2 - 10p + 25 = p^2 + (-5-5)p + (-5)(-5)$

सर्वसमिका $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ के प्रयोग से,

यहाँ $x = p, a = -5$ and $b = -5$

$$p^2 - 10p + 25 = (p-5)(p-5) = (p-5)^2$$

(iii) $25m^2 + 30m + 9 = (5m)^2 + 2 \times 5m \times 3 + (3)^2$

सर्वसमिका $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ के प्रयोग से, यहाँ $a = 5m, b = 3$

$$25m^2 + 30m + 9 = (5m+3)^2$$

(iv) $49y^2 + 84yz + 36z^2 = (7y)^2 + 2 \times 7y \times 6z + (6z)^2$

सर्वसमिका $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ के प्रयोग से, यहाँ $a = 7y, b = 6z$

$$49y^2 + 84yz + 36z^2 = (7y+6z)^2$$

(v) $4x^2 - 8x + 4 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 2 + (2)^2$

सर्वसमिका $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ के प्रयोग से, यहाँ $a = 2x, b = 2$

$$4x^2 - 8x + 4 = (2x-2)^2 = (2)^2 (x-1)^2 = 4(x-1)^2$$

(vi) $121b^2 - 88bc + 16c^2 = (11b)^2 - 2 \times 11b \times 4c + (4c)^2$

सर्वसमिका $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ के प्रयोग से, यहाँ $a = 11b, b = 4c$

$$121b^2 - 88bc + 16c^2 = (11b-4c)^2$$

(vii) $(l+m)^2 - 4lm = l^2 + 2 \times l \times m + m^2 - 4lm$ $\left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right]$

$$= l^2 + 2lm + m^2 - 4lm$$

$$= l^2 - 2lm + m^2$$

$$= (l-m)^2$$

$$\left[\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \right]$$

$$\begin{aligned} \text{(viii)} \quad a^4 + 2a^2b^2 + b^4 &= (a^2)^2 + 2 \times a^2 \times b^2 + (b^2)^2 \\ &= (a^2 + b^2)^2 \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \end{aligned}$$

प्रश्न 2:

गुणनखंड कीजिए:

(i) $4p^2 - 9q^2$	(ii) $63a^2 - 112b^2$
(iii) $49x^2 - 36$	(iv) $16x^5 - 144x^2$
(v) $(l+m)^2 - (l-m)^2$	(vi) $9x^2y^2 - 16$
(vii) $(x^2 - 2xy + y^2) - z^2$	(viii) $25a^2 - 4b^2 + 28bc - 49c^2$

उत्तर 2:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 4p^2 - 9q^2 &= (2p)^2 - (3q)^2 \\ &= (2p - 3q)(2p + 3q) \quad \left[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \right] \\ \text{(ii)} \quad 63a^2 - 112b^2 &= 7(9a^2 - 16b^2) = 7[(3a)^2 - (4b)^2] \\ &= 7(3a - 4b)(3a + 4b) \quad \left[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \right] \\ \text{(iii)} \quad 49x^2 - 36 &= (7x)^2 - (6)^2 \\ &= (7x - 6)(7x + 6) \quad \left[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \right] \\ \text{(iv)} \quad 16x^5 - 144x^3 &= 16x^3(x^2 - 9) = 16x^3[(x)^2 - (3)^2] \\ &= 16x^3(x - 3)(x + 3) \quad \left[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \right] \\ \text{(v)} \quad (l+m)^2 - (l-m)^2 &= [(l+m) + (l-m)][(l+m) - (l-m)] \\ &= (l+m+l-m)(l+m-l+m) = (2m)(2l) = 4lm \quad \left[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \right] \\ \text{(vi)} \quad 9x^2y^2 - 16 &= (3xy)^2 - (4)^2 \\ &= (3xy - 4)(3xy + 4) \quad \left[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \right] \\ \text{(vii)} \quad (x^2 - 2xy + y^2) - z^2 &= (x-y)^2 - z^2 \quad \left[\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \right] \\ &= (x-y-z)(x-y+z) \quad \left[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \right] \\ \text{(viii)} \quad 25a^2 - 4b^2 + 28bc - 49c^2 &= 25a^2 - (4b^2 - 28bc + 49c^2) \\ &= 25a^2 - [(2b)^2 - 2 \times 2b \times 7c + (7c)^2] \\ &= 25a^2 - (2b - 7c)^2 \quad \left[\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \right] \\ &= (5a)^2 - (2b - 7c)^2 \\ &= [5a - (2b - 7c)][5a + (2b - 7c)] \quad \left[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \right] \\ &= (5a - 2b + 7c)(5a + 2b - 7c) \end{aligned}$$

प्रश्न 3:

निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए:

(i) $ax^2 + bx$

(ii) $7p^2 + 21q^2$

(iii) $2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2$

(iv) $am^2 + bm^2 + bn^2 + an^2$

(v) $(lm + l) + m + 1$

(vi) $y(y + z) + 9(y + z)$

(vii) $5y^2 - 20y - 8z + 2yz$

(viii) $10ab + 4a + 5b + 2$

(ix) $6xy - 4y + 6 - 9x$

उत्तर 3:

(i) $ax^2 + bx = x(ax + b)$

(ii) $7p^2 + 21q^2 = 7(p^2 + 3q^2)$

(iii) $2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2 = 2x(x^2 + y^2 + z^2)$

(iv) $am^2 + bm^2 + bn^2 + an^2 = m^2(a + b) + n^2(a + b) = (a + b)(m^2 + n^2)$

(v) $(lm + l) + m + 1 = l(m + 1) + 1(m + 1) = (m + 1)(l + 1)$

(vi) $y(y + z) + 9(y + z) = (y + z)(y + 9)$

(vii) $5y^2 - 20y - 8z + 2yz = 5y^2 - 20y + 2yz - 8z = 5y(y - 4) + 2z(y - 4) = (y - 4)(5y + 2z)$

(viii) $10ab + 4a + 5b + 2 = 2a(5b + 2) + 1(5b + 2) = (5b + 2)(2a + 1)$

(ix) $6xy - 4y + 6 - 9x = 6xy - 9x - 4y + 6 = 3x(2y - 3) - 2(2y - 3) = (2y - 3)(3x - 2)$

प्रश्न 4:

गुणनखंड कीजिए:

(i) $a^4 - b^4$

(ii) $p^4 - 81$

(iii) $x^4 - (y + z)^4$

(iv) $x^4 - (x - z)^4$

(v) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

उत्तर 4:

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad a^4 - b^4 &= (a^2)^2 - (b^2)^2 \\
 &= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) & [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)] \\
 &= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) & [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad p^4 - 81 &= (p^2)^2 - (9)^2 \\
 &= (p^2 - 9)(p^2 + 9) & [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)] \\
 &= (p^2 - 3^2)(p^2 + 9) \\
 &= (p - 3)(p + 3)(p^2 + 9) & [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(iii)} \quad x^4 - (y+z)^4 &= (x^2)^2 - [(y+z)^2]^2 \\
&= [x^2 - (y+z)^2][x^2 + (y+z)^2] \quad [\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\
&= [x - (y+z)][x + (y+z)][x^2 + (y+z)^2] \quad [\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\
&= (x - y + z)(x + y + z)[x^2 + (y+z)^2] \\
\text{(iv)} \quad x^4 - (x-z)^4 &= (x^2)^2 - [(x-z)^2]^2 \\
&= [x^2 - (x-z)^2][x^2 + (x-z)^2] \quad [\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\
&= [x - (x-z)][x + (x-z)][x^2 + (x-z)^2] \quad [\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\
&= (x - x + z)(x + x - z)(x^2 + x^2 - 2xz + z^2) \quad [\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2] \\
&= x(2x - z)(2x^2 - 2xz + z^2) \\
&= x(2x - z)(2x^2 - 2xz + z^2) \\
\text{(v)} \quad a^4 - 2a^2b^2 + b^4 &= (a^2)^2 - 2a^2b^2 + (b^2)^2 \\
&= (a^2 - b^2)^2 \quad [\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2] \\
&= [(a-b)(a+b)]^2 \quad [\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\
&= (a-b)^2(a+b)^2 \quad [\because (xy)^m = x^m \cdot y^m]
\end{aligned}$$

प्रश्न 5:

निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए:

$$\text{(i)} \quad p^2 + 6p + 8 \quad \text{(ii)} \quad q^2 - 10q + 21 \quad \text{(iii)} \quad p^2 + 6p - 16$$

उत्तर 5:

$$\begin{aligned}
\text{(i)} \quad p^2 + 6p + 8 &= p^2 + (4+2)p + 4 \times 2 \\
&= p^2 + 4p + 2p + 4 \times 2 \\
&= p(p+4) + 2(p+4) \\
&= (p+4)(p+2) \\
\text{(ii)} \quad q^2 - 10q + 21 &= q^2 - (7+3)q + 7 \times 3 \\
&= q^2 - 7q - 3q + 7 \times 3 \\
&= q(q-7) - 3(q-7) \\
&= (q-7)(q-3) \\
\text{(iii)} \quad p^2 + 6p - 16 &= p^2 + (8-2)p - 8 \times 2 \\
&= p^2 + 8p - 2p - 8 \times 2 \\
&= p(p+8) - 2(p+8) \\
&= (p+8)(p-2)
\end{aligned}$$

गणित

(अध्याय - 14) (गुणनखंडन)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 14.3

प्रश्न 1:

निम्नलिखित विभाजन कीजिए:

(i) $28x^4 \div 56x$

(ii) $-36y^3 \div 9y^2$

(iii) $66pq^2r^3 \div 11qr^2$

(iv) $34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3$

(v) $12a^8b^8 \div (-6a^6b^4)$

उत्तर 1:

(i) $28x^4 \div 56x = \frac{28x^4}{56x} = \frac{28}{56} \times \frac{x^4}{x} = \frac{1}{2}x^3$ $[\because x^m \div x^n = x^{m-n}]$

(ii) $-36y^3 \div 9y^2 = \frac{-36y^3}{9y^2} = \frac{-36}{9} \times \frac{y^3}{y^2} = -4y$ $[\because x^m \div x^n = x^{m-n}]$

(iii) $66pq^2r^3 \div 11qr^2 = \frac{66pq^2r^3}{11qr^2} = \frac{66}{11} \times \frac{pq^2r^3}{qr^2} = 6pqr$ $[\because x^m \div x^n = x^{m-n}]$

(iv) $34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3 = \frac{34x^3y^3z^3}{51xy^2z^3} = \frac{34}{51} \times \frac{x^3y^3z^3}{xy^2z^3}$
 $= \frac{2}{3}x^2y$ $[\because x^m \div x^n = x^{m-n}]$

(v) $12a^8b^8 \div (-6a^6b^4) = \frac{12a^8b^8}{-6a^6b^4} = \frac{12}{-6} \times \frac{a^8b^8}{a^6b^4} = -2a^2b^4$ $[\because x^m \div x^n = x^{m-n}]$

प्रश्न 2:

दिए हुए बहुपद को दिए हुए एकपदी से भाग दीजिए:

(i) $(5x^2 - 6x) \div 3x$

(ii) $(3y^8 - 4y^6 + 5y^4) \div y^4$

(iii) $8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 4x^2y^2z^2$

(iv) $(x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x$

(v) $(p^3q^6 - p^6q^3) \div p^3q^3$

उत्तर 2:

(i) $(5x^2 - 6x) \div 3x = \frac{5x^2 - 6x}{3x} = \frac{5x^2}{3x} - \frac{6x}{3x} = \frac{5}{3}x - 2 = \frac{1}{3}(5x - 6)$

(ii) $(3y^8 - 4y^6 + 5y^4) \div y^4 = \frac{3y^8 - 4y^6 + 5y^4}{y^4}$
 $= \frac{3y^8}{y^4} - \frac{4y^6}{y^4} + \frac{5y^4}{y^4} = 3y^4 - 4y^2 + 5$

(iii) $8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 4x^2y^2z^2 = \frac{8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3)}{4x^2y^2z^2}$
 $= \frac{8x^3y^2z^2}{4x^2y^2z^2} + \frac{8x^2y^3z^2}{4x^2y^2z^2} + \frac{8x^2y^2z^3}{4x^2y^2z^2} = 2x + 2y + 2z = 2(x + y + z)$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad (x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x &= \frac{x^3 + 2x^2 + 3x}{2x} \\ &= \frac{x^3}{2x} + \frac{2x^2}{2x} + \frac{3x}{2x} = \frac{x^2}{2} + \frac{2x}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 3) \end{aligned}$$

$$\text{(v)} \quad (p^3q^6 - p^6q^3) \div p^3q^3 = \frac{p^3q^6 - p^6q^3}{p^3q^3} = \frac{p^3q^6}{p^3q^3} - \frac{p^6q^3}{p^3q^3} = q^3 - p^3$$

प्रश्न 3:

निम्नलिखित विभाजन कीजिए:

- (i) $(10x - 25) \div 5$ (ii) $(10x - 25) \div (2x - 5)$
 (iii) $10y(6y + 21) \div 5(2y + 7)$ (iv) $9x^2y^2(3z - 24) \div 27xy(z - 8)$
 (v) $96abc(3a - 12)(5b - 30) \div 144(a - 4)(b - 6)$

उत्तर 3:

$$\text{(i)} \quad (10x - 25) \div 5 = \frac{10x - 25}{5} = \frac{5(2x - 5)}{5} = 2x - 5$$

$$\text{(ii)} \quad (10x - 25) \div (2x - 5) = \frac{10x - 25}{(2x - 5)} = \frac{5(2x - 5)}{(2x - 5)} = 5$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad 10y(6y + 21) \div 5(2y + 7) &= \frac{10y(6y + 21)}{5(2y + 7)} \\ &= \frac{2 \times 5 \times y \times 3(2y + 7)}{5(2y + 7)} = 2 \times y \times 3 = 6y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad 9x^2y^2(3z - 24) \div 27xy(z - 8) &= \frac{9x^2y^2(3z - 24)}{27xy(z - 8)} \\ &= \frac{9}{27} \times \frac{xy \times xy \times 3(z - 8)}{xy(z - 8)} = xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad 96abc(3a - 12)(5b - 30) \div 144(a - 4)(b - 6) &= \frac{96abc(3a - 12)(5b - 30)}{144(a - 4)(b - 6)} \\ &= \frac{12 \times 4 \times 2 \times abc \times 3(a - 4) \times 5(b - 6)}{12 \times 4 \times 3(a - 4)(b - 6)} = 10abc \end{aligned}$$

प्रश्न 4:

निर्देशानुसार भाग दीजिए:

- (i) $5(2x + 1)(3x + 5) \div (2x + 1)$
 (ii) $26xy(x + 5)(y - 4) \div 13x(y - 4)$
 (iii) $52pqr(p + q)(q + r)(r + p) \div 104pq(q + r)(r + p)$
 (iv) $20(y + 4)(y^2 + 5y + 3) \div 5(y + 4)$
 (v) $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) \div x(x + 1)$

उत्तर 4:

$$(i) \quad 5(2x+1)(3x+5) \div (2x+1) = \frac{5(2x+1)(3x+5)}{(2x+1)} = 5(3x+5)$$

$$(ii) \quad 26xy(x+5)(y-4) \div 13x(y-4) = \frac{26xy(x+5)(y-4)}{13x(y-4)} \\ = \frac{13 \times 2 \times xy(x+5)(y-4)}{13x(y-4)} = 2y(x+5)$$

$$(iii) \quad 52pqr(p+q)(q+r)(r+p) \div 104pq(q+r)(r+p) = \frac{52pqr(p+q)(q+r)(r+p)}{104pq(q+r)(r+p)} \\ = \frac{52pqr(p+q)(q+r)(r+p)}{52 \times 2 \times pq(q+r)(r+p)} = \frac{1}{2}r(p+q)$$

$$(iv) \quad 20(y+4)(y^2+5y+3) \div 5(y+4) = \frac{20(y+4)(y^2+5y+3)}{5(y+4)} = 4(y^2+5y+3)$$

$$(v) \quad x(x+1)(x+2)(x+3) \div x(x+1) = \frac{x(x+1)(x+2)(x+3)}{x(x+1)} = (x+2)(x+3)$$

प्रश्न 5:

व्यंजक के गुणनखंड कीजिए और निर्देशानुसार भाग दीजिए:

$$(i) \quad (y^2 + 7y + 10) \div (y + 5)$$

$$(ii) \quad (m^2 - 14m - 32) \div (m + 2)$$

$$(iii) \quad (5p^2 - 25p + 20) \div (p - 1)$$

$$(iv) \quad 4yz(z^2 + 6z - 16) \div 2y(z + 8)$$

$$(v) \quad 5pq(p^2 - q^2) \div 2p(p + q)$$

$$(vi) \quad 12xy(9x^2 - 16y^2) \div 4xy(3x + 4y)$$

$$(vii) \quad 39y^3(50y^2 - 98) \div 26y^2(5y + 7)$$

उत्तर 5:

$$(i) \quad (y^2 + 7y + 10) \div (y + 5) = \frac{y^2 + 7y + 10}{(y + 5)} \\ = \frac{y^2 + (2+5)y + 2 \times 5}{(y + 5)} = \frac{y^2 + 2y + 5y + 2 \times 5}{(y + 5)} \\ = \frac{(y+2)(y+5)}{(y+5)} \quad [\because x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)] \\ = y + 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad (m^2 - 14m + 32) \div (m + 2) &= \frac{m^2 - 14m + 32}{(m + 2)} = \frac{m^2 + (-16 + 2)m + (-16) \times 2}{(m + 2)} \\
 &= \frac{(m - 16)(m + 2)}{(m + 2)} \quad [\because x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)] \\
 &= (m - 16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad (5p^2 - 25p + 20) \div (p - 1) &= \frac{5p^2 - 25p + 20}{(p - 1)} \\
 &= \frac{5p^2 - 20p - 5p + 20}{(p - 1)} = \frac{5p(p - 4) - 5(p - 4)}{(p - 1)} \\
 &= \frac{(5p - 5)(p - 4)}{(p - 1)} = \frac{5(p - 1)(p - 4)}{(p - 1)} = 5(p - 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad 4yz(z^2 + 6z - 16) \div 2y(z + 8) &= \frac{4yz(z^2 + 6z - 16)}{2y(z + 8)} = \frac{4yz[z^2 + (8 - 2)z + 8 \times (-2)]}{2y(z + 8)} \\
 &= \frac{4yz(z - 2)(z + 8)}{2y(z + 8)} \quad [\because x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)] \\
 &= 2z(z - 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad 5pq(p^2 - q^2) \div 2p(p + q) &= \frac{5pq(p^2 - q^2)}{2p(p + q)} \\
 &= \frac{5pq(p - q)(p + q)}{2p(p + q)} \quad [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)] \\
 &= \frac{5}{2}q(p - q)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(vi)} \quad 12xy(9x^2 - 16y^2) \div 4xy(3x + 4y) &= \frac{12xy(9x^2 - 16y^2)}{4xy(3x + 4y)} = \frac{12xy[(3x)^2 - (4y)^2]}{4xy(3x + 4y)} \\
 &= \frac{12xy(3x - 4y)(3x + 4y)}{4xy(3x + 4y)} \quad [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)] \\
 &= 3(3x - 4y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(vii)} \quad 39y^3(50y^2 - 98) \div 26y^2(5y + 7) &= \frac{39y^3(50y^2 - 98)}{26y^2(5y + 7)} \\
 &= \frac{39y^3 \times 2(25y^2 - 49)}{26y^2(5y + 7)} = \frac{39y^2 \times 2[(5y)^2 - (7)^2]}{26y^2(5y + 7)} \\
 &= \frac{39y^2 \times 2(5y - 7)(5y + 7)}{26y^2(5y + 7)} \quad [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)] \\
 &= 3y(5y - 7)
 \end{aligned}$$

गणित

(अध्याय - 14) (गुणनखंडन)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 14.4

प्रश्न 1:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $4(x-5) = 4x-5$

उत्तर 1:

$$\text{L.H.S.} = 4(x-5) = 4x-20 \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $4(x-5) = 4x-20$.

प्रश्न 2:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $x(3x+2) = 3x^2+2$

उत्तर 2:

$$\text{L.H.S.} = x(3x+2) = 3x^2+2x \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $x(3x+2) = 3x^2+2x$.

प्रश्न 3:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $2x+3y = 5xy$

उत्तर 3:

$$\text{L.H.S.} = 2x+3y \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $2x+3y = 2x+3y$.

प्रश्न 4:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $x+2x+3x = 5x$

उत्तर 4:

$$\text{L.H.S.} = x+2x+3x = 6x \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $x+2x+3x = 6x$.

प्रश्न 5:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $5y+2y+y-7y = 0$

उत्तर 5:

$$\text{L.H.S.} = 5y+2y+y-7y = 8y-7y = y \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $5y+2y+y-7y = y$.

प्रश्न 6:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $3x+2x = 5x^2$

उत्तर 6:

$$\text{L.H.S.} = 3x+2x = 5x \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $3x+2x = 5x$.

प्रश्न 7:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $(2x)^2+4(2x)+7 = 2x^2+8x+7$

उत्तर 7:

$$\text{L.H.S.} = (2x)^2+4(2x)+7 = 4x^2+8x+7 \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $(2x)^2 + 4(2x) + 7 = 4x^2 + 8x + 7$.

प्रश्न 8:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $(2x)^2 + 5x = 4x + 5x = 9x$

उत्तर 8:

$$\text{L.H.S.} = (2x)^2 + 5x = 4x^2 + 5x \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $(2x)^2 + 5x = 4x^2 + 5x$.

प्रश्न 9:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $(3x+2)^2 = 3x^2 + 6x + 4$

उत्तर 9:

$$\text{L.H.S.} = (3x+2)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + (2)^2 = 9x^2 + 12x + 4 \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $(3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$.

प्रश्न 10:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए:

$x = -3$ प्रतिस्थापित करने पर प्राप्त होता है।

(a) $x^2 + 5x + 4$ से $(-3)^2 + 5(-3) + 4 = 9 - 15 + 4 = -2$ प्राप्त होता है।

(b) $x^2 - 5x + 4$ से $(-3)^2 - 5(-3) + 4 = 9 + 15 + 4 = 28$ प्राप्त होता है।

(c) $x^2 + 5x$ से $(-3)^2 + 5(-3) = 9 - 15 = -6$ प्राप्त होता है।

उत्तर 10:

(a) $\text{L.H.S.} = x^2 + 5x + 4$

$x = -3$ रखने पर,

$$= (-3)^2 + 5(-3) + 4 = 9 - 15 + 4 = -2 \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, $x^2 + 5x + 4$ से $(-3)^2 + 5(-3) + 4 = 9 - 15 + 4 = -2$ प्राप्त होता है।

(b) $\text{L.H.S.} = x^2 - 5x + 4$

$x = -3$ रखने पर,

$$= (-3)^2 - 5(-3) + 4 = 9 + 15 + 4 = 28 \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, $x^2 - 5x + 4$ से $(-3)^2 - 5(-3) + 4 = 9 + 15 + 4 = 28$ प्राप्त होता है।

(c) $\text{L.H.S.} = x^2 + 5x$

$x = -3$ रखने पर,

$$= (-3)^2 + 5(-3) = 9 - 15 = -6 \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, $x^2 + 5x$ से $(-3)^2 + 5(-3) = 9 - 15 = -6$ प्राप्त होता है।

प्रश्न 11:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $(y-3)^2 = y^2 - 9$

उत्तर 11:

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= (y-3)^2 = y^2 - 2 \times y \times 3 + (3)^2 & \left[\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \right] \\ &= y^2 - 6y + 9 \neq \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $(y-3)^2 = y^2 - 6y + 9$.

प्रश्न 12:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $(z+5)^2 = z^2 + 25$

उत्तर 12:

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= (z+5)^2 = z^2 + 2 \times z \times 5 + (5)^2 & \left[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \\ &= z^2 + 10z + 25 \end{aligned}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $(z+5)^2 = z^2 + 10z + 25$.

प्रश्न 13:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $(2a+3b)(a-b) = 2a^2 - 3b^2$

उत्तर 13:

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= (2a+3b)(a-b) = 2a(a-b) + 3b(a-b) \\ &= 2a^2 - 2ab + 3ab - 3b^2 = 2a^2 + ab - 3b^2 \neq \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $(2a+3b)(a-b) = 2a^2 + ab - 3b^2$.

प्रश्न 14:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $(a+b)(a+2) = a^2 + 8$

उत्तर 14:

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= (a+4)(a+2) = a(a+2) + 4(a+2) \\ &= a^2 + 2a + 4a + 8 = a^2 + 6a + 8 \neq \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $(a+4)(a+2) = a^2 + 6a + 8$.

प्रश्न 15:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $(a-4)(a-2) = a^2 - 8$

उत्तर 15:

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= (a-4)(a-2) = a(a-2) - 4(a-2) \\ &= a^2 - 2a - 4a + 8 = a^2 - 6a + 8 \neq \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $(a-4)(a-2) = a^2 - 6a + 8$.

प्रश्न 16:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $\frac{3x^2}{3x^2} = 0$

उत्तर 16:

$$\text{L.H.S.} = \frac{3x^2}{3x^2} = \frac{1}{1} = 1 \neq \text{R.H.S.} \text{ अतः, सही कथन इस प्रकार है: } \frac{3x^2}{3x^2} = 1.$$

प्रश्न 17:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $\frac{3x^2+1}{3x^2} = 1+1=2$

उत्तर 17:

$$\text{L.H.S.} = \frac{3x^2+1}{3x^2} = \frac{3x^2}{3x^2} + \frac{1}{3x^2} = 1 + \frac{1}{3x^2} \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $\frac{3x^2+1}{3x^2} = 1 + \frac{1}{3x^2}.$

प्रश्न 18:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $\frac{3x}{3x+2} = \frac{1}{2}$

उत्तर 18:

$$\text{L.H.S.} = \frac{3x}{3x+2} \neq \text{R.H.S.} \text{ अतः, सही कथन इस प्रकार है: } \frac{3x}{3x+2} = \frac{3x}{3x+2}.$$

प्रश्न 19:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $\frac{3}{4x+3} = \frac{1}{4x}$

उत्तर 19:

$$\text{L.H.S.} = \frac{3}{4x+3} \neq \text{R.H.S.} \text{ अतः, सही कथन इस प्रकार है: } \frac{3}{4x+3} = \frac{3}{4x+3}.$$

प्रश्न 20:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $\frac{4x+5}{4x} = 5$

उत्तर 20:

$$\text{L.H.S.} = \frac{4x+5}{4x} = \frac{4x}{4x} + \frac{5}{4x} = 1 + \frac{5}{4x} \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $\frac{4x+5}{4x} = 1 + \frac{5}{4x}.$

प्रश्न 21:

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए: $\frac{7x+5}{5} = 7x$

उत्तर 21:

$$\text{L.H.S.} = \frac{7x+5}{5} = \frac{7x}{5} + \frac{5}{5} = \frac{7x}{5} + 1 \neq \text{R.H.S.}$$

अतः, सही कथन इस प्रकार है: $\frac{7x+5}{5} = \frac{7x}{5} + 1.$